

Összefoglalás – Gondolkodási módszerek

9. évfolyam

Logika:

- Igaz vagy hamis az alábbi állítás? Válaszod indokold! Milyen bizonyítási módszerre ad példát ez a feladat?
Minden prímszám páratlan.
- Tagadd az alábbi kijelentéseket!
 - Nem vagyok hazudós.
 - Minden téglalap négyzet.
 - Van olyan háromszög, amelynek szögei 60° -osak.
 - Egyik egész szám sem osztható 3-mal.
 - Van olyan holló, amely nem fekete.
- Írd fel az alábbi állítások szerkezetét és fogalmazd meg tagadásukat!
 - Nyerek a lottón és gazdag leszek, vagy holnap bemegyek dolgozni.
 - Jó vagyok matekból és fizikából, de nem vagyok jó biológiából.
 - Ha piszkálnak vagy nincs jó kedvem, akkor mérges leszek.
- Igazak vagy hamisak a következő állítások? Írd le az állítások megfordítását és dönts el a megfordításokról is, hogy igazak vagy hamisak!
 - Ha egy szám utolsó két számjegye osztható 4-gyel, akkor az eredeti szám is osztható 4-gyel.
 - Ha egy szám abszolút értéke kisebb 5-nél, akkor az eredeti szám is kisebb 5-nél.
 - Ha egy négyszög paralelogramma, akkor középpontosan szimmetrikus.

Halmazok:

- Sorold fel az $\{1; 2; 3; 4\}$ halmaz összes részhalmazát! Egy n elemű halmaznak hány részhalmaza van? Hogyan lehet ezt bebizonyítani? Milyen módszerrel bizonyítottad az állítást?

- Adott az U alaphalmaz, és annak három részhalmaza:

$$U = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13\},$$

$$A = \{0; 1; 4; 6; 7; 10; 12\}, \quad B = \{0; 1; 3; 4; 5; 10; 13\}, \quad C = \{1; 2; 3; 4; 7; 8\}.$$

Ábrázold a halmazokat Venn-diagrammon és add meg az alábbi halmazműveletek eredményét:

- $A \cap B \cap C$;
- $A \cap C$;
- $B \cup C$;
- $A \setminus B$;
- $\overline{B}$;
- $(A \cap B) \cup C$;
- $(A \cap C) \cup (B \cap C)$;
- $\overline{A \cup B}$;
- $(A \setminus B) \cap C$.

- Három halmazról a következőket tudjuk:

$$A \cup B \cup C = \{a; b; c; d; e; f\}$$

$$A \cap B = \{b\}$$

$$(A \cup B) \cap C = \{e; f\}$$

$$A \setminus C = \{b; c; d\}$$

$$C \setminus B = \{a; e\}.$$

Határozd meg a halmazokat!

- Adottak az $A = \{2; 3; 5; 7\}$ és $B = \{x; y; z\}$ halmazok. Sorold fel az $A \times B$ halmaz elemeit!

Összefoglalás – Gondolkodási módszerek

9. évfolyam

9. Adott két intervallum: $A = [-7; 2]$ és $B =]-3; 9]$. Ábrázold az intervallumokat közös számegyenesen! Add meg intervallum jelöléssel az $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ halmazokat!

10. Az A halmaz legyen az

$$\frac{x-3}{6} - \frac{5-2x}{12} \leq \frac{11}{12}$$

egyenlőtlenség megoldásainak a halmaza.

A B halmaz legyen az

$$\frac{x-15}{2} + \frac{2(x+11)}{3} > x$$

egyenlőtlenség megoldásainak a halmaza.

- a. Add meg az A és B halmazokat!
- b. Add meg az $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ műveletek eredményét!
11. (É) Egy középiskolába 700 tanuló jár. Közülük 10% sportol rendszeresen a két iskolai szakosztály közül legalább az egyikben. Az atlétika szakosztályban 36 tanuló sportol rendszeresen, és pontosan 22 olyan diák van, aki az atlétika és a kosárlabda szakosztály munkájában is részt vesz.
- a. Készíts halmazábrát az iskola tanulóiról a feladat adatainak feltüntetésével!
- b. Hányan sportolnak a kosárlabda szakosztályban?

12. Egy 30 fős osztályban 15 tanulóknak van jelese matematikából és nincs jelese 13 tanulóknak fizikából. Matematikából vagy fizikából 25-en kaptak jelest. Hány tanulóknak van matematikából és fizikából is jeles osztályzata?

13. (É) Egy középiskolába 620 tanuló jár. Az iskola diákbizottsága az iskolanapra három kiadványt jelentetett meg:

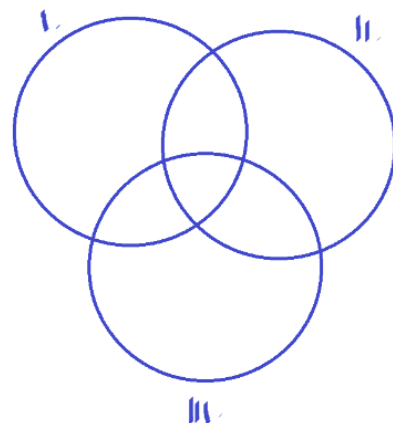
I. Diákok Hangja

II. Iskolaélet

III. Miénk a sul!

Később felmérték, hogy ezeknek a kiadványoknak milyen volt az olvasottsága az iskola tanulóinak körében. A Diákok Hangját a tanulók 25%-a, az Iskolaéletet 40%-a, a Miénk a sul! c. kiadványt pedig 45%-a olvasta. Az első két kiadványt a tanulók 10%-a, az első és harmadik kiadványt 20%-a, a második és harmadik 25%-a, mindhármát pedig 5%-a olvasta.

- a. Hányan olvasták mindhárom kiadványt?
- b. A halmazábra az egyes kiadványokat elolvasott tanulók létszámát szemlélteti. Írd be a halmazábra mindegyik tartományába az oda tartozó tanulók számát!
- c. Az iskola tanulóinak hány százaléka olvasta legalább az egyik kiadványt?
14. Egy 32 fős osztály három feladatból álló dolgozatot írt matematikából. A dolgozatok értékelésekor a következőket mondta a tanár az osztálynak:
- Hibátlan dolgozat mindössze három darab volt.
 - Az első vagy második példát 23-an tudták megoldani.
 - A harmadik feladat megoldása 11 tanulóknak sikerült.
 - Az első és harmadik feladatot négyen, a második és harmadik feladatot öten oldották meg.
 - Hét olyan tanuló volt, akinek csak az első feladat megoldása sikerült és hat olyan, akinek csak a második.
- a. Hányan nem tudtak egyetlen feladatot sem megoldani?
- b. Hány tanuló van, aki pontosan két feladatot oldott meg jól?
- c. A diákok hány százaléka oldott meg legfeljebb egy példát jól?



Összefoglalás – Gondolkodási módszerek

9. évfolyam

15. (É) Egy osztály tanulói a tanév során három kiránduláson vehettek részt. Az elsőt az osztály tanulóinak 60 százaléka vett részt, a másodikon 70 százalék, a harmadikon 80 százalék. Így három tanuló háromszor, a többi kétszer kirándult. Hány tanulója van az osztálynak?
16. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amely nem osztható sem 2-vel, sem 5-tel, sem 7-tel?
17. Rajzold fel a tanult számhalmazok egymáshoz való viszonyát ($\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{Q^*}$, $\mathbf{R}$). Igaz-e?
- $\mathbf{R \subset Q^*}$
 - $\mathbf{Q^* \subset R}$
 - $\mathbf{R \setminus Q = Z}$
 - $\mathbf{N \subseteq Z}$
 - $\mathbf{N \cup Z = Q}$.
18. Melyek azok a pontok a síkon, amelyek egy adott P ponttól
- 3 cm távolságra vannak;
 - legfeljebb 3 cm távolságra vannak;
 - legalább 1 cm és legfeljebb 3 cm távolságra vannak?
19. Vegyünk fel egy P és egy Q pontot egymástól 5 cm távolságra. Melyek azok a pontok a síkon, amelyek
- a P ponttól 2,5 cm és a Q ponttól 3,5 cm távolságra vannak;
 - a P ponttól legfeljebb 2,5 cm és a Q ponttól legfeljebb 3,5 cm távolságra vannak;
 - a P ponttól legfeljebb 2,5 cm vagy a Q ponttól legfeljebb 3,5 cm távolságra vannak;
 - a P ponttól legfeljebb 2,5 cm és a Q ponttól legalább 3,5 cm távolságra vannak?
20. Ábrázoljuk a koordinátasíkon azokat a pontokat, melyeknek koordinátái kielégítik a következő feltételeket:
- $x = 5$;
 - $y \neq 3$;
 - $x < 4$ és $y \geq -1$;
 - $x \geq -2$ vagy $y > 1$;
 - $-3 < x \leq 0$ és $2 \leq y \leq 4$;
 - $1 < x < 5$ vagy $-2 < y < 2$.

Kombinatorika:

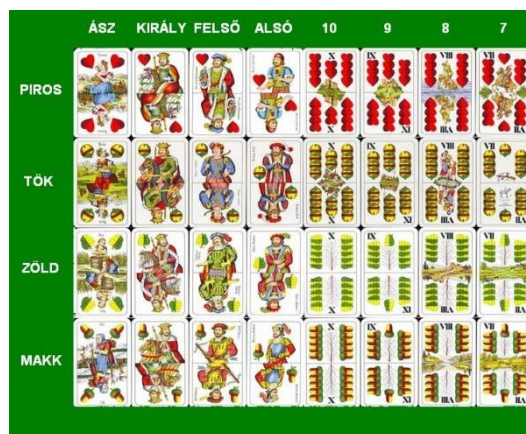


21. Anna és Julcsi a következő szabályok szerint játszanak: feldobnak egy-egy dobókockát és a dobott számokat összeadják. Anna nyer, ha az összeg osztható 5-tel, Julcsi nyer, ha az összeg legfeljebb 4 vagy legalább 11, különben döntetlen. Az összes lehetőség közül hányféleképpen nyerhet Anna és hányféleképpen Julcsi? Igazságos-e a játék?
- 22.
- Hányféle sorrendben írhatjuk le az ISKOLA szó betűit?
 - Hányféle sorrendben írhatjuk le a MATEMATIKA szó betűit?
23. Mennyi különböző ülésrendben ültethetünk le 10 főt egy kerek asztal köré, ha
- az adott körülmények szerinti szomszédságot vesszük figyelembe;
 - csak a szomszédokat vesszük figyelembe, de azt nem, hogy jobb vagy bal oldaliak?
24. Moziba megy Hófehérke és a hét törpe 😊 Mozijegyük egymás mellé szól. Hányféle sorrendben tudnak leülni, ha Kuka
- Hófehérke mellé szeretne ülni?
 - nem szeretne Tudor mellé ülni?

Összefoglalás – Gondolkodási módszerek

9. évfolyam

25. Egy pénzérmét ötször feldobunk egymás után és lejegyezzük, hogy fejet (F) vagy írást (I) dobtunk.
- Hányféle eredménye lehet a dobássorozatnak?
 - Hányféle olyan eredménye van a dobássorozatnak, amelyben a fejek száma több az írásokénál?
26. Az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekkel ötjegyű számokat írunk fel úgy, hogy minden számjegyet többször is felhasználhatunk.
- Hány különböző számot tudunk felírni?
 - Hány olyan van, amelyben az utolsó számjegy nem nagyobb az elsónél?
 - Hány olyan van, amely 4-gyel osztható?
27. Egy szabályos dobókockát négyszer feldobunk egymás után, majd a dobott számokat a dobások sorrendjében egymás mellé írjuk. Így egy négyjegyű számot kapunk.
- Hányféle négyjegyű számot kaphatunk?
 - Hányféle olyan négyjegyű számot kaphatunk, amelyekben minden számjegy különböző?
 - Hányféle olyan négyjegyű számot kaphatunk, amelyekben vannak azonos számjegyek?
 - Hányféle olyan négyjegyű számot kaphatunk, amelyben a számjegyek összege 10?
28. A 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből ötjegyű számokat írunk fel úgy, hogy minden számjegyet legfeljebb egyszer használhatunk.
- Hány különböző számot tudunk felírni?
 - Hány olyan számot tudunk felírni, amelyben szerepel az 5-ös?
 - Hány olyan számot tudunk felírni amely osztható 5-tel?
29. Egy ötelemű halmaznak hány
- egy elemű,
 - két elemű,
 - három elemű,
 - négy elemű,
 - öt elemű
- részhalmaza van?
30. Egy 32 lapos magyar kártyacsomagból leosztunk nyolc lapot.
- Hányféleképpen tehetjük ezt meg?
 - Hányféle olyan leosztás van, amelyben szerepel a zöld hetes?
 - Hányféle olyan leosztás van, amelyben nem szerepel a zöld hetes?
 - Hányféle olyan leosztás van, amelyben pontosan kettő hetes szerepel?
 - Hányféle olyan leosztás van, amelyben legalább kettő zöld szerepel?
 - Hányféleképpen oszthatjuk ki a kártyacsomagot négy játékos között úgy, hogy mindenkinek nyolc darab lapot osztunk?



Kép forrása: <http://users.atw.hu/kartyaszabalyok/mappa/magyarkartya.htm>

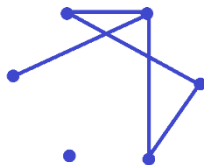
31. Egy bolha üldögél egy négyzet mellett. Egyszer csak ráugrik a négyzet egyik csúcsára, majd onnantól kezdve a csúcsokon ugrál kilencszer. Hányféle sorrendben érintheti a csúcsokat, ha
- bármikor bármelyikre ugorhat;
 - oda nem ugrik, ahol éppen áll;
 - nem ugrik sem oda, ahol éppen áll, sem pedig az eggyel korábbi állomáshelyére?

Összefoglalás – Gondolkodási módszerek

9. évfolyam

Gráfok:

32. Jellemezd az alábbi gráfot a megadott szempontok alapján!



- Van-e benne hurokél?
- Van-e benne párhuzamos él?
- Van-e benne izolált pont?
- Egyszerű gráf-e?
- Teljes gráf-e?
- Összefüggő gráf-e?
- Mennyi a pontok fokszámainak az összege?
- Hány éle van?

33. Létezik-e olyan hatpontú egyszerű gráf, amelyben a pontok fokszámai rendre

- 2; 3; 3; 3; 4; 5
- 2; 3; 3; 4; 4; 6
- 1; 1; 3; 3; 5; 5
- 1; 2; 3; 4; 4; 5
- 0; 1; 2; 2; 4; 5.

Ha létezik, akkor rajzold meg a gráfot, ha nem létezik, akkor indokold meg, hogy miért nem.

34. Iskolák közötti labdarugó bajnokságra hat csapat jelentkezett, jelölje őket A, B, C, D, E, és F. Az eddig lejátszott mérkőzéseket szemlélteti az ábra.

- Hány mérkőzés van még hátra, ha minden csapat minden csapattal egy mérkőzést játszik a bajnokságban?
- Hány mérkőzés zajlik le egy olyan bajnokságban, amelyben szerveznek visszavágókat is?

